## 1. قابلية اشتقاق الدالة $f$ في عدد :

**سؤال:** أدرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ في العدد $x_0$

**الإجابة:** نحسب $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ وهناك احتمالان:

| |
|---|
| ان وجدت النتيجة عبارة عن عدد فإن $f$ قابلة للاشتقاق في العدد $x_0$ |
| و اذا وجدت النتيجة هي: $\pm\infty$ فإن $f$ غير قابلة للاشتقاق في العدد $x_0$ |

**نلخص** ما سبق في الجدول التالي مرفوق بالتأويلات الهندسية

**قابلية الاشتقاق في العدد $x_0$**

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} =$$

| | |
|---|---|
| $f'(x_0)=$ عدد | $\infty$ |
| $f$ قابلة للاشتقاق في العدد $x_0$ | $f$ غير قابلة للاشتقاق في العدد $x_0$ |

**التأويل الهندسي**

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} =$$

| | | |
|---|---|---|
| $f'(x_0) \neq 0$ | $0$ | $\infty$ |
| $(Cf)$ يقبل مماس في النقطة $A(x_0,f(x_0))$ معادلته : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ | $(Cf)$ يقبل مماس **أفقي** في النقطة $A(x_0,f(x_0))$ معادلته: $y=f(x_0)$ | $(Cf)$ يقبل مماس **عمودي** في النقطة $A(x_0,f(x_0))$ |

**معادلة نصف مماس**

| | |
|---|---|
| $\lim_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = l \neq 0$<br>علما أن $l$ يسمى العدد المشتق اليمين نرمز له ب $f_d'(x_0)$<br>$(Cf)$ يقبل نصف مماس على يمين النقطة $A(x_0,f(x_0))$<br>معادلته : $y=f_d'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ | $\lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = l \neq 0$<br>علما أن $l$ يسمى العدد المشتق اليسار نرمز له ب $f_g'(x_0)$<br>$(Cf)$ يقبل نصف مماس على يسار النقطة $A(x_0,f(x_0))$<br>معادلته : $y=f_g'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ |
| $\lim_{x \to x_0^\pm} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$<br>$(Cf)$ يقبل نصف مماس على يمين أو يسار) النقطة $A(x_0,f(x_0))$<br>معادلته : $y=f(x_0)$ | $\lim_{x \to x_0^\pm} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \pm\infty$<br>$(Cf)$ يقبل نصف مماس على يمين أو يسار) النقطة $A(x_0,f(x_0))$ موجه نحو (الأعلى أو الأسفل ) |

## 2. المعادلة الديكارتية لمماس لمنحنى $f$ في عدد

**سؤال :** بين أن $y = ax+b$ معادلة ديكارتية للمستقيم المماس لمنحنى الدالة في النقطة التي أفصولها $x_0$

**جواب :** نحسب $f(x_0)$ ثم $f'(x_0)$ ثم نعوض في : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

**سؤال :** أول هندسيا $f'(x_0) = 0$

**جواب :** نقول أن $(C_f)$ يقبل مماس أفقي في النقطة $A(x_0, f(x_0))$

## 3. قواعد الاشتقاق

الحدوديات

| قابلية الاشتقاق: | المشتقة | الدالة |
|---|---|---|
| $\mathbb{R}$ | $0$ | $a \quad /(a \in \mathbb{R})$ |
| $\mathbb{R}$ | $1$ | $x$ |
| $\mathbb{R}$ | $a$ | $ax$ |
| $\mathbb{R}$ | $n.x^{n-1}$ | $x^n$ |
| $\mathbb{R}$ | $n(u(x)^{n-1}).(u(x)')$ | $u(x)^n$ |

- الدوال الجذرية
- الدوال الا جذرية
- الدوال المثلثية

| قابلية الاشتقاق: | المشتقة | الدالة |
|---|---|---|
| $\mathbb{R}^*$ | $-\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{x}$ |
| $\mathbb{R}^*$ | $-\frac{n}{x^{n+1}}$ | $\frac{1}{x^n}$ |
| مجموعة تعريفها | $\frac{-u(x)'}{u(x)^2}$ | $\frac{1}{u(x)}$ |
| $]0,+\infty[$ | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $\sqrt{x}$ |
| مجموعة تعريفها | $\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$ | $\sqrt{u(x)}$ |
| $\mathbb{R}$ | $-\sin(x)$ | $\cos(x)$ |
| $\mathbb{R}$ | $\cos(x)$ | $\sin(x)$ |
| $\mathbb{R}$ | $-u'(x)\times\sin(x)$ | $\cos(u(x))$ |
| $\mathbb{R}$ | $u'(x)\times\cos(x)$ | $\sin(u(x))$ |

- الدالة اللوغاريثمية
- الدالة الأسية

| قابلية الاشتقاق: | المشتقة | الدالة |
|---|---|---|
| $]0,+\infty[$ | $\frac{1}{x}$ | $\ln(x)$ |
| مجموعة تعريفها | $\frac{u'(x)}{u(x)}$ | $\ln(u(x))$ |
| $\mathbb{R}$ | $e^x$ | $e^x$ |
| $\mathbb{R}$ | $u'(x)e^{u(x)}$ | $e^{u(x)}$ |

- العمليات

| المشتقة | الدالة |
|---|---|
| $u'(x)+v'(x)$ | $u(x)+v(x)$ |
| $n\times u(x)^{n-1}\times u(x)'$ | $u(x)^n$ |
| $u'(x)\times v(x)+u(x)\times v'(x)$ | $u(x)\times v(x)$ |
| $\frac{u'(x)\times v(x)-u(x)\times v'(x)}{v(x)^2}$ | $\frac{u(x)}{v(x)}$ |